

# ポーカーと ゲーム理論

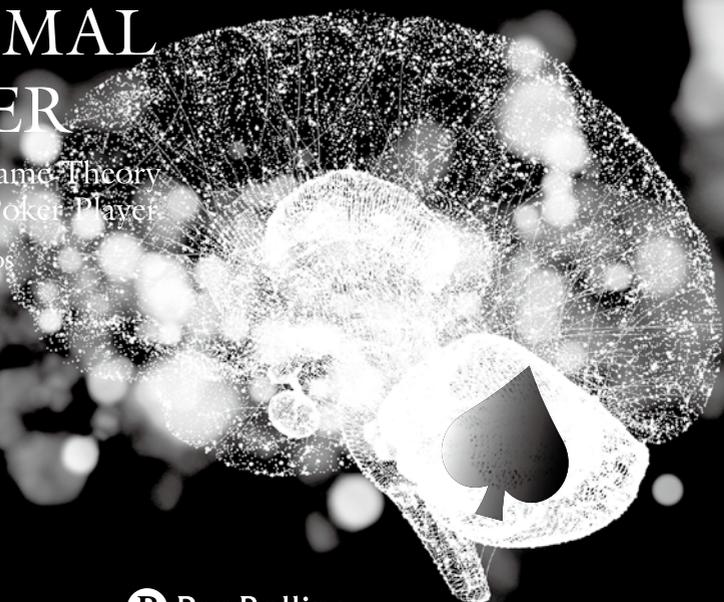
最適化戦略構築からエクスプロイト戦略への応用まで

アンドリュー・ブロコス 著 松山宗彦 訳

PLAY  
OPTIMAL  
POKER

Practical Game Theory  
for Every Poker Player

Andrew Brokos



 PanRolling

# 目次

<b>イントロダクション</b>	<b>5</b>
なぜゲーム理論は必要か	8
ゲーム理論的アプローチ	11
本書の使い方	15
<b>第1章 均衡を理解する</b>	<b>19</b>
概要と目的	20
戦略とは何か？	21
ナッシュ均衡	22
均衡を証明する	24
シナリオ：映画に出かける	25
エクイティと期待値	29
シナリオ：借金から逃げる	36
無差別にすると相手から「より好ましい選択肢」を無くすことである	42
君の頭脳は乱数を作り出せるようにはできていない	45
ポーカーで複雑なシナリオを分析するにはコンピュータの助けがある	46
<b>第2章 両極化レンジと凝縮レンジ</b>	<b>49</b>
概要と目的	50
両極化レンジと凝縮レンジを認識する	51
シナリオ：千里眼ゲーム（オパールの戦略）	54
シナリオ：千里眼ゲーム（イワンの戦略）	61

混合戦略が登場するのは無差別な選択肢がある時のみ	62
無差別はバランスが取れたベッティングレンジの目標である	65
ベット額とポットサイズに応じた最適なコール頻度	70
このゲームを学ぶ意味は何か？	72
現実世界への応用	76
理解度自己診断テスト	85
結論	94

### 第3章 相互レンジ 101

概要と目的	102
シナリオ：相互レンジ、ハーフストリートゲーム	103
シナリオ：相互レンジ、フルストリートゲーム	111
現実世界への応用	115
ポジションが持つバリュー	116
理解度自己診断テスト	117
結論	122

### 第4章 リアルにやろうぜ！ 125

概要と目的	126
シナリオ：UTG VS. BB	127

### 第5章 エクスプロイト戦略を編み出す 141

概要と目的	142
エクスプロイトの4ステッププロセス	143
シナリオ：相互レンジゲームにおけるエクスプロイト	150

現実世界への応用	159
理解度自己診断テスト	165
結論	170

### 第6章 複合レンジ 173

概要と目的	174
シナリオ：エースファイブゲーム	175
シナリオ：エースファイブゲームにおけるエクスプロイト	189
現実世界への応用	201
理解度自己診断テスト	208
結論	212

### 第7章 レイズ 215

概要と目的	216
シナリオ：相互レンジゲームにおけるレイズ	216
シナリオ：エースファイブゲームでのレイズ	218
シナリオ：レイズありのエースファイブゲームにおけるエクスプロイト	227
理解度自己診断テスト	240
結論	243

### 第8章 すべてをまとめ上げる 247

概要と目的	248
ブロッカーは相手が何を持っていないかを教えてくれる	249
シナリオ：ターンがチェックで回った後で	250
現実世界への応用	260

エクスプロイト戦略のまとめ	266
結論	274
謝辞	276
著者紹介	278

## イントロダクション

君はノーリミットテキサスホールデムをプレイしている。ちょうど今、リバーカードが開かれた所で、4枚目のクラブだ。君はもう一度手札をチェックしてみるものの、残念ながら何も変わっていない。フラッシュも無ければペアもできておらず、どうやらこのポットは取れそうもない。残された道はただ1つ、ブラフである。

君はチップを手元に引き寄せてベットするそぶりを見せつつ、相手から恐怖または歓喜の様子が見て取れないか注視するが、その表情は石のようにぴくりともしない。時間は刻一刻と過ぎていく。決断を下さなくてはならない。ここはオールインすべきか？

答えを出す前に、多分君はもっと情報が欲しいと言いたいのではないだろうか。ボードに並んでいるカードは何か？ リバーに至るまでのアクションはどんなものだったか？ 相手は一体誰か？ そいつのプレイスタイルは荒っぽいか保守的か、それともその中間か？ チップはいったいどれくらい残っているのか？ ポットの大きさはどれくらいか？

その質問には全部答えてあげられるし、それ以外にもっと聞いてくれてもいい。何なら相手の手札が何かを教えてあげてもいいくらいだ！ それでもなお君にはブラフすべきかどうかははっきりとはしないはずだ。なぜなら、君には絶対に知り得ない決定的に重要な一片の情報があるからだ。それは相手が君のベットに対してどう反応するか、つまり彼はコールするかそれともフォールドするかである。ほとんどのケースでは、どれほど情報が与えられていようとも、相手が何をするかだけは確証が得られないのだ。

これこそがポーカーを、他のギャンブルゲームとは一線を画した、楽しく興味深いゲームにしてくれる本質だと言える。クラップスやブラックジャックと異なり、君は他人から隔絶された中で決断を下すわけではない。君がどれぐらいペイオフしてもらえるか、あるいはしてしまうかは、君の選択だけではなく他のプレイヤーの選択によっても影響されるのである。

君と相手との利益はお互いに相反している、つまり君が勝ち取る金は相手の誰かが負けた金なので、そこには対立とだまし合いが存在している。自分が望む結果を得るためには、相手には君にとってベストのアクションをとってもらわなくてはならない。だが普通は君の利益は相手の不利益なので、相手は君が望んでいるようなアクションは取らないように心掛けるはずだ。相手は自分が何をしようとしているか君に悟られまいとするし、それは君の方でも同じように彼に何をしてほしいのかを欺こうとするのと同じだ。彼は君をじっくり観察して、君がこれからどんなアクションを取るのかを予測しようとするし、君の方でもまた相手のアクションを予測しようとする。

ポーカーで何が苛立たしいかといえば、相手が何をするつもりなのか確証を得られないという点だ。すなわちそれは、大半のケースで自分にとって最良のプレイが何かが分からないことを意味する。結果が出た後でさえも、自分のプレイがミスだったのかどうか知ることはないだろう。

我々人間は経験から学習することに慣れている。何か行動を起こしてその結果が良ければまたそれを繰り返す。結果がまずければ何か別の事をしようとする。

ポーカーではそうはいかない。つまり経験のみでは何かを学ぶことが不可能なのだ。もちろん実践を重ねることで上達もするのだが、そこで悪い癖が身に付いてしまうことだってある。

結果というものは、自分がミスを犯したのかどうかの指針として信

頼が置けない、というか信頼できる指針そのものが存在しない。この世界に入って最初の10年間は、私にとって暗闇の中で何かをつかもうとするようなもので、確実な何かを探し求めたものの手にしたのは一握の砂だけであった。

最初は私も、他の人達と同じように結果に注目した。相手がフォールドすれば、私のブラフは成功、もし降りなかったらそれはミスというわけだ。

やがて私はレンジについて学ぶようになり、その中でブラフがコールされたとしてもそれは単に運が悪かっただけという場合があるのに気付いた。オールインして相手がコールしてクワッツを開いたら、そこから何か新しいことが分かるわけではない、というのもそういうハンドならコールされるのが当然だと最初から予期していたからだ。もし相手が持っていたかもしれないハンドにそれよりも弱い、相手が降りるようなハンドが数多くあったのなら、ブラフは成功したかもしれないし、そうなったら私のブラフはいいブラフで、今回はただ単にアンラッキーだっただけかもしれないのだ。

だが相手が何をしていたかもしれない、できたかもしれないなんていうことを、どうやったら分かるのだろうか？ 直接聞くこともできるが、答えてくれないかもしれない。答えても嘘かもしれない。あるいは彼自身、自分がどうしたであろうかを分からないかもしれない。自分がどんなレンジでプレイしているかを自覚していないプレイヤーなんて沢山いるからだ。

そんなわけで、当時皆と同じような失敗を私も繰り返してきた。上手く行くプレイを見つけるとそれを続けはしたものの、なぜそれが上手く行くのかを説明できなかつたし、そのために間違ったアイデアと、正しいアイデアであっても今回はたまたま上手く行かなかつただけのアイデアを区別することができなかつたのだ。

確固たる足場を築こうとしているうちにに出会ったのがゲーム理論で

ある。ゲーム理論は不確実性から抜け出す術こそ与えてはくれないものの、不確実性の中で生き抜くための方法は与えてくれるし、それこそが私たちがこの無慈悲なゲームをプレイする中で手に入る最高の手段なのだ。

ゲーム理論は不確実性の状況下における意思決定についての理論だ。相手がどんな手を持っているのか我々には分からないが、持っている可能性のある手なら分かる。相手が何をしてくるかは分からないが、相手が何をしてくる可能性が分かる。

ここで良いニュースもあって、それは相手の方でも同じ不確実性と悪戦苦闘しなくてはならないことだ。相手は君が何を持っているのか分からないし、君が何をしてくるかも分からない。不確実性が敵である点では相手も君と何ら変わらないのだ。この点を突き詰めて考えると、ポーカーというものは直感や機転のゲームではなく、不確実性の状況下で誰がより優れた意思決定を下すかのゲームであって、ゲーム理論はそのための大切な味方となってくれるのである。

そこに気付いたことで私のポーカーに対する考え方は一変した。今ではポーカーをプレイする時、私の目標はタイトにプレイすることでもなければ、相手を周回遅れにするような凄いプレイを見せることでもないし、金を稼ぐことでさえない。私の目標は相手に難しい決断を迫ること、そして正しいプレイが何なのかさっぱり分からなくなる場面に相手を追い込むことだ。相手に無理矢理ミスが強要はできないが、ミスへと導くような状況を作り出すのならできるし、結果的にそれこそが利益や楽しみにもつながるのである。

## なぜゲーム理論は必要か

ある悪影響をもたらしている神話があって、それはゲーム理論とい

うものはタフなゲームをプレイするエリートプレイヤーのためだけにあるというものだ。そんなことはない。ゲーム理論はポーカーテーブルでどうプレイしたらいいか分からなくなった経験を持つ者すべてにとっての理論だ。そんな経験はないという人が1人でもいたらぜひ私にご一報いただきたい。あなたの御著書をありがたく拝読させていただこう。

オックスフォード辞書の定義によれば、ゲーム理論とは「数学の一分野で、競合が起きている状況、すなわちある参加者がアクションを選択して得られる結果が他の参加者のアクションに大きく依存する場合における戦略の分析を取り扱う」である。手短かに言うなら、ゲーム理論は相手がどんなアクションを取るかに関わらずそれなりに良い結果をもたらしてくれるような戦略を作り上げるための手助けとなる理論である。

過去には数学にもものすごく長けたポーカープレイヤーだけがゲーム理論の応用を考えていた時期もあった。彼らの成果は大まかな戦略的原則を理解する手助けとはなったが、ポーカー自体がとて複雑なため、プレイの詳細な部分になると結局当て推量に頼る必要があった。

だが今では専用のソフトウェアができて、情報処理能力も安く利用できるため、どんなポーカープレイヤーであってもゲーム理論の原則をポーカーへ厳密かつ正確に応用できるようになった。たとえ君自身がポーカー学習のためにソフトウェアを直接利用していなかったとしても、過去数年の間にポーカー教則本を読んだりインストラクションビデオを見ているのなら、間接的にそうしたソフトウェアから得られた洞察の恩恵にあずかっているのである。

ゲーム理論は決して万能薬ではない。だがこの理論はポーカーを見る上で通すべきレンズというに留まらず、もはや不可欠にさえなりつつある。もしポーカーの根底を支える基本的ゲーム理論を理解できないのなら、それはポーカーを全く理解できないのと同じだ。それで到

達できるのはせいぜい試行錯誤を通じての、ある特定のプレイヤータイプにだけ通用する戦略の習得といったところだろう。よく起きる状況に対しては自信を持ってプレイできるかもしれないが、頻繁には起きない状況となると多分苦勞するだろうし、相手の方がゲーム理論に習熟してくると、彼らから君を難しい場面へと追い込んでくるようになるだろう。

ゲーム理論ソルバーソフトウェア（ゲーム理論的プレイの解析ソフトウェア）はものすごく複雑な戦略を提示してくるのだが、そこから何かを学習するのに、そうした戦略を詳細に理解したりそのまま正確に運用したりする必要はない。ポーカーの最高レベルで競いあっているのでもない限り、ゲーム理論を学習する上でのゴールは、あらゆる状況でのプレイを詳細な部分まで全部覚え込むなんていう話には全くならないのである。そうではなく君のゴールとなるべきは、ベストの戦略が何かよく分からない時に、広い範囲での原則の下に様々な状況でガイドラインとなるような、大まかな原則を取り出せるような引き出しを作ることなのである。

本書は君がその道を突き進むための手助けとなるはずだ。シンプルなシナリオから始まって、ポーカー戦略を支えている最重要な理論的コンセプトを垣間見るところまでいくつもりだ。それぞれのステージで、すぐに役立つようなツールを習得できるだろうし、もっと複雑な状況を研究するための分析スキルを身に付けられるであろう。また、どうすれば正しい問題を設定できるかを学び、正しい結論を導き出し、そうしたコンセプトを実際のプレイ場面で応用できるようにもなるだろう。

ここで我々が重視するのはいろいろな傾向を特定すること、そして様々な原則を理解することであり、どういうプレイをどの頻度で行なうべきかの丸暗記ではない。取り上げるケースの中には、ポーカー戦略について君がすでに知っていると思っている事柄に疑問を突き付け

るものも含まれている。あるいは君がすでに十分上手くできているだろうプレイは、どんな理論に支えられているのかにスポットライトを当てるケースもある。これを通じて、君がすでに上手く取り入れられているプレイがなぜ有効なのか、どういう状況になるとそれが上手くいなくなるかをより深く理解できるようになるだろう。

最終的には、ゲーム理論が分かるようになればポーカーテーブルでより安心してプレイできるようになるはずだ。スキルで劣る相手のミスにより上手くつけ込めるようになれるし、スキルが上の相手に対してもそう簡単に屈することが無くなるだろう。そして何より素晴らしいことに、この我々が大好きなゲームが次々に突きつけてくるどんな状況でも、より自信が持てて、何が起きても大丈夫だと感じられるようになることだろう。

## ゲーム理論的アプローチ

君が今知っているポーカー戦略といえば、その大半はエクスプロイト（つけ込み）\*の枠組みから来たものではないだろうか。その戦略は言い換えれば、相手がどうプレイしてくるかをどう仮定するか次第で決まってくる戦略だ。どういう仮定かは意識していないかもしれないが、君は間違いなくそういう仮定を置いている。

例えば、プリフロップでレイズしたら、フロップを完全にミスしても「コンティニューエーションベット」を打つべきだ、という話なら多分聞いたことがあるのではないか。だがそれはポーカー鉄の掟という

\*訳注：現代ポーカーにおいて“exploit”はカギとなるコンセプトであるが、どの日本語が適訳かは論者、訳者間で意見の一致が現状見られていない。「エクスプロイト」とカタカナ化される場合が多いが、本書では「ポーカーにおけるexploitとは相手の弱点を発見しそこにつけ込むこと」という理解に基づき専ら「つけ込む」を訳語として当てることにする。ただし、“exploitative strategy”のように「つけ込み戦略」の言葉がやや収まりが悪く感じられる場合もあるので、「エクスプロイト」のカタカナ語も文脈に応じて併用していくことにする。

わけではない。そうしたベットでどれほど利益が出るかは相手に関するある仮定が成り立つかどうかにかかっている。すなわち、相手がプリフロップでコールし過ぎる、フロップでの諦めが良すぎる、ブラフでのレイズはほとんどしない等の仮定だ。

プレイしている環境次第では、そう仮定しても全く問題ない場合もあり得る。だがつけ込み狙いのプレイには問題もあって、相手の方も何をされているか理解して君の戦略に対してつけ込み返してくる可能性があるのだ。相手があるミスを行ってくれるだろうと期待してそこにつけ込むべく自分のプレイを修正すると、必ず君の方もつけ込まれる隙を見せることになるのだ。もし自分が立てた仮定が間違っていたり、相手の方がどういうプレイが来るかを見通して予測の裏をかかれたりしたら、つけ込まれるのは君の方になるのである。

例えば、相手が降りすぎると考えて、君がブラフ頻度を上げていくと決めたとしよう。その仮定が正しければそれは上手い戦略となる。だが君の仮定が間違っていて、実際には相手がコールし過ぎだとする、その戦略は高くつくミスとなる。

それに対してゲーム理論は、ポーカーを考えるための全く違った枠組みを与えてくれる。この理論では、数学的に正しいプレイが存在する場合、相手は常にその通りプレイしてくると仮定している。そこで君のゴールとなるのが、相手にとって正しいプレイが存在しない状況を作り出すことである。もし相手がブラフにしか勝てない強さの手でコールしてくるなら、君は相手がちょうどそれを後悔するぐらいの頻度で勝っている手を持っているであろう。もし相手がそういう手はフォールドするなら、君は相手がちょうどそれを後悔するぐらいの頻度でブラフするのである。

多分君は今、あきれて目を回しながら、どんな相手にならそんなことが可能なのか考えているのではなかろうか。それはゲーム理論をどういう時に用いるべきかについてとても重要なポイントとなる。ゲー

ム理論はそれが必要な時が来たら取り出して使えるようなツールと考えればいいのである。もしある相手がある特定のミスをしていると確信しているなら、それに従ってプレイすれば良い。そういう状況につけ込むのにゲーム理論は要らないかもしれない。だがそのプレイヤーがあらゆる状況でそれぞれどうプレイするのかまでは、多分分からないのではないだろうか。そういう時こそゲーム理論の出番なのだ。

はっきりさせておきたいが、何も我々は相手が君のハンドが何か知っているとは仮定するわけではない。だが相手が君の戦略が何かは知っているとは仮定する。もし君がリバーでフラッシュを持ってオールインした時、彼が君にフラッシュがあるのを知っているとは仮定しないが、君がフラッシュを持っているかもしれないのを知っているとは仮定する。その場面でもし君がフラッシュ無しにオールインは絶対しないのなら、相手もそのことを知っているとは仮定する。そしてもしその通り君が本当にフラッシュ無しにはオールインしないのであれば、相手の対抗戦略が何かは明らかだ。フラッシュに負けていけばフォールド、勝っていればコールすれば良い。

相手にそんな簡単な対抗戦略を使わせないようにするためには、ブラフでもベットしてバランスを取らなくてはならない。本書の後半でどのハンドでブラフすべきかの決定方法について詳細に論ずるつもりなので、とりあえず今は相手に利益を出す機会を与えないためには、君のベットは、というか大抵のアクションは、多種多様なハンドから繰り出されなくてはならないとだけ理解しておけばいいだろう。

リバーベットはその分かりやすい例であるが、バランスというのはすべてのプレイに関係してくる。プリフロップでレイズする時には、通常様々なハンドを取り混ぜるべきで、その中にはリレイズしてもらいたくて仕方ないハンドもあれば、リレイズが来たら苦悶しつつもコールするようなハンドもあり、中にはリレイズされたらフォールドするハンドも入れていくべきだ。そういうミックスを正しい比率で行え

れば、相手はレイズを仕掛けた場合に君がどう反応してくるか全く予想が付かなくなり、ある状況でレイズすべきかどうか決めるのがとても難しくなるのである。

よくある誤解に、ゲーム理論はハンドリーディングなんてきれいさっぱり忘れ去って、相手が完璧にプレイしているがごとく振る舞うよう求めてくるというのがある。だがゲーム理論の方から君に何かを要求することはない。ゲーム理論とはツールであり、他のツールと同様、今取り組んでいるタスクに適しているかどうかを決めるのは君の方なのである。

もし君が相手の戦略が何か分かっている、あるいは少なくとも推測ぐらいはできるというのであれば、エクスプロイト戦略を作り上げるべきだ。だが相手が強いとか、あるいは単純に相手がある特定の場面でどうプレイしてくるか確信が持てない、という理由で相手の戦略が何かを仮定するのが難しいのであれば、その時こそゲーム理論という工具箱を漁るべきなのである。

ゲーム理論的アプローチは、相手につけ込む新たな機会へと目を開かせてくれることだってある。例えば、どういう手でブラフすればいかよく分からないという状況は数多く起きるし、大抵の人がそういう場面ではブラフをせずに終わる。だがまさにそういう状況でブラフベットされるのがほとんどないという理由で、多くの相手がベットに対してフォールドし過ぎているのである。だからもし君がそういう直感では察知しにくいブラフのチャンスを見つけ出せるならば、そこで大きく稼ぐことができるはずだ。ゲーム理論はそういう場面を見つけ出し、どのハンドがブラフを繰り返すのにベストかを特定する手助けとなってくれるのである。

本書では、まずシンプルなゲームやポーカーでよく起きる状況を題材として、それらの均衡解を検討するところから話を始めていく。その後で、そうした均衡解の探求から教訓を学び、エクスプロイト戦略

を導き出す練習を行なう。本書を読み終えるころには、読者は均衡とエクスプロイトという観点のどちらからも考えるのに慣れ親しんでいると同時に、どちらのアプローチがベストか決めるための知識も身に付いていることだろう。

## 本書の使い方

本書『ポーカーとゲーム理論』は、それぞれある特定のコンセプトにスポットライトを当てるようデザインされた「シナリオ」を中心として構成されている。まずは、ポーカーに似ているがそれよりもずっと複雑性を抑えた疑似ゲームを題材として取り上げる。疑似ゲームは解決が比較的簡単で、一度に1つか2つのコンセプトに焦点を当てることができて、実際のポーカーのように何を優先して考えるべきか競合となるのを避けられる。シナリオが進むごとに複雑さを一段階ずつ増やしていくことで、それらすべてのコンセプト同士がどうフィットして組み合わせられているのかがよく分かるはずである。その作業を続ける中で、やがて我々は疑似ゲームのコンセプトを実際のポーカープレイ状況へと応用できるところまで登り詰めていくことになるであろう。

各シナリオの分析は、まずそのシナリオにおける最適化戦略が何かを君の方で推測するところから始まる。中には難しいものもあるので、完璧な答えを出そうとして七転八倒までする必要はない。だがある程度は時間を取って、君1人で問題について考えてから、解答と解説へと読み進めてほしい。そんな風に自分自身へとチャレンジを課すことで、学べることも記憶に残ることもより多くなるであろう。

シナリオはそれぞれが下から上へと積み重なるように構成されているので、各章で中心となるコンセプトを完全に理解した上で次の章へ

と進むのが大切である。概要とチャレンジ問題では学ぶべき主な事柄にスポットライトを当てるとともに、自分がどれほど理解できているかをテストできるようになっている。それぞれのシナリオに設けられている問題でおさらいをして、答えを理解しているのを確認してから次へと進むというのが、理解度チェックとして上手いやり方だろう。

ゲーム理論についてすでにそれなりの知識を持っている読者にとっては、最初の方のシナリオはとても簡単だと感じるかもしれない。解答がすでにおなじみの人さえるかもしれない。各セクションの冒頭にある問題は取り上げる予定の題材についてどれくらい知っているかをテストするためのものだ。もしそれに全部正解できるようであれば、そのセクションは軽く読み流すか、なんだったら飛ばして次のセクションへと進んでもいいだろう。ただ注意して確認してほしいのは、ゲーム理論に比較的詳しい人であっても詳細な部分では間違っ理解していることが多いと言うことだ。私自身も本書を執筆する中で、出てくるコンセプトについて自分で思っていたほど理解できていなかったのに気付かされたぐらいなのだ！

各シナリオで均衡解について検討したら、エクスプロイトプレイにそれをどう応用するか考えていく。やり方としては、まず相手がどういうミスをしてくる可能性があるかを想定して、そのミスに一番上手くつけ込める方法を考えていく。つけ込み狙いでプレイしている時であっても、どのようなつけ込めるチャンスがあるかを見つけ出すための第一歩として、均衡解が何かを理解しておくことに価値があるのである。

本書のシナリオでは基本的に2人の主役プレイヤーにスポットライトを当てる。名前をイワン (Ivan) とオパール (Opal) という。インポジションにいるのは常にイワンの方で、オパールは常にアウトオブポジションにいる。他のポーカー教科書でプレイヤーをIPとOPと呼んでいるのを見たことがあるかもしれないが、これはインポジショ

ン (In Position) とアウトオブポジション (Out of Position) を意味する。ここではその頭文字を取って人の名前にすることで、読者がシナリオで起きていることを想像しやすくなるだろうというのが私の意図だ。

シナリオ内でのゲームから学んだレッスンがそのまま応用できるのは2人のプレイヤーで競われるポットのみである。実際のポーカーハンドでも、10人テーブルであろうトリバーにたどり着くころには2人だけにまで絞り込まれている場合が多いし、ゲーム理論的分析の2プレイヤーシナリオから学んだ全般的レッスンは、そのほとんどがマルチウェイ (多人数) ポットにも応用ができるし、数学的な内容が多少変わる程度である。

その通り、ここでは数学が用いられる。だがそのことに捕らわれ過ぎたり怯えたりはしないでほしい。数学的に詳細な部分が問題になることはほとんど無い。そうではなくコンセプトのレベルで何が起きているのかを理解することに専念してほしい。例えばベットサイズとブラフ頻度との関係や、あるハンドでのブラフはなぜ別のハンドでのブラフよりバリューが大きいのか、といったことだ。

本書で取り扱うシナリオは楽しく、興味深く、そして何より役に立つはずだ。中には抽象的なものもあって、それがポーカーテーブルでの実際の決断とどう関係しているのかを説明するには大いに苦労させられた。つまるところ、君がやるべきは自分に役立つ部分を学び取ることで、後は無視してしまえばいいのだ。本書はゲーム理論そのものと同じで、君の工具箱の中にあるツールの1つに過ぎないのである。

# 第1章

# 均衡を理解する

Understanding Equilibrium

概要と目的

戦略とは何か？

ナッシュ均衡

均衡を証明する

シナリオ：映画に出かける

エクイティと期待値

シナリオ：借金から逃げる

無差別にするとは相手から「より好ましい選択肢」を無くすことである

君の頭脳は乱数を作り出せるようにはできていない

ポーカーで複雑なシナリオを分析するにはコンピュータの助けがいる

## 概要と目的

均衡というコンセプトはゲーム理論を理解する上での基本となっている。そこでポーカーそのものの検討に入る前に、1つの章をすべて費やして均衡についてだけ考えていくことにしよう。ここで検討するのは、ポーカーの代わりとなる別の「ゲーム」である。それらのゲームはものすごくシンプルなので、君たちもこれまで何度となくプレイしてきたかもしれないが、そんなものがゲーム理論の練習になるとはおそらく考えたこともないだろう。だが立派に練習になるのだ！

均衡というものがそうしたシンプルなケースにどう応用できるかを探究することで、このコンセプトの全体像を理解して、実際のポーカーで現れるようなより複雑なシナリオでもそれを利用できるよう準備を整える。またそれ以外に「戦略」などのゲーム理論で重要となるコンセプトについて述べ、より複雑なゲームで均衡解を求めるのにコンピュータがどう役立つかについても話をすることにしよう。

本章を読み通して理解すれば、以下のことができるようになっているだろう。

- 「均衡」と「戦略」をゲーム理論内で使われている意味で定義できる。
- 2つの戦略が均衡であるとはどういう意味かを理解できる。
- 2つの戦略同士が均衡でない場合を認識できる。
- 純粋戦略と混合戦略の違いを説明でき、どういう時にそれぞれの戦略が用いられるか分かる。
- 自分のプレイをランダムに変えて予測不能でつけ込まれないようにできる。

## 戦略とは何か？

戦略とはゲーム理論においてはある特定の意味を持った専門用語である。ウィキペディアの定義によると「ゲームをプレイするための完全なアルゴリズムで、ゲーム内で発生するあらゆる状況に対してプレイヤーに何をすべきか教える」となっている。本書の目的に沿う形としては、ポーカー戦略とは、漠然としたスタイル（例えば「タイトアグレッシブ」のような）に留まらず、発生し得るあらゆる状況で、その時持っているかもしれないあらゆるハンドの場合について、何をすべきかを厳密に言い表したものの、ということになるだろう。

例えば、9人テーブルでの最初のポジションにいる時、私のプリフロップ戦略としてあり得るのが、7のペア以上、AQo以上、あるいはステッドのブロードウェイハンドのハンドでビッグブラインドの3倍をレイズ、T9sから76sまでのステッドコネクターで20%の割合でレイズ、それ以外の手は全部フォールド、というものである。より完全なものにしようと思ったら、これにそれぞれの相手から様々なサイズのスリーベットが返ってきた時にどう反応するかについても記述する必要があるだろう。

こういうのは人間の頭脳が一度に蓄積して処理できる情報量を越えてしまっている。だからこそゲーム理論を厳密に学ぶためにはコンピュータがツールとして非常に役立つのである。ポーカーを実際にプレイする時には、そこまでの精度で戦略を作り上げることはできないが、今おかれている状況で優れた決断を下すためには、今後出くわすかもしれない状況でどう対処するかをフロップ前と後の両方について検討しなくてはならない。

同時にまた、我々は相手がどういう戦略で来そうか、あるいは少なくとも相手にどういう戦略が可能かについて、ある程度の考えを持っておく必要がある。例えば、どういうリバーならブラフに対して弱み

がでてくるかということを知っておけば、ターンでどのハンドでコールするかについて情報を与えてくれるのである。

## ナッシュ均衡

均衡とは、あるゲームに参加している全プレイヤーが用いる戦略の集合で、この時どのプレイヤーにも自分の戦略から一方的に離れたくなるような誘因が存在していない状態を言う。これは数学者ジョン・ナッシュの名前を取ってナッシュ均衡と呼ばれることもある。例えば君と私がポーカーのヘッズアップで均衡戦略を取っている状態だとしてよう。そこでは私はあらゆる状況であらゆるハンドをどうプレイするかを君に教えても構わないし、君も同じ情報を私に教えられが、そのように相手のプレイについて完全情報が与えられた後でも我々のどちらも戦略を変えたいとは思わないのである。この公式的定義は、言葉にすると実際よりも複雑そうに聞こえるので、簡単な例を1つ見ていくことにしよう。

2台の自動車が1本の道を反対方向から走ってきているとする。各ドライバーは（自分から見て）右側を走ることもできるし、左側を走ることもできるし、あるいは真ん中を走ることもできる。両者とも道のどちら側を走りたいという希望は特にはないが、絶対に衝突は避けたいと考えている。

通常感覚ではこれをゲームだとは捉えないであろうが、我々の目的に沿って考えればゲームなのである。プレイヤーが複数おり、それぞれが複数の行動からどれかを選ぶことができる。それぞれのプレイヤーに対する見返り（ペイオフ）は自分自身の選択と、他のプレイヤーの選択によって決まってくる。つまり、自分以外のプレイヤーがどうするかを知らずして、プレイヤーは自分の選択の結果何が起きるの

かを予測することができないのである。もし彼が右に寄ったとして、安全に進めるかもしれないし、衝突してしまうかもしれない。結果がどうなるかは相手ドライバーが何を選択するかにかかっているのである。

以下の表はこのゲームで起き得ることすべてを表している。左側が第1のドライバーが取り得る選択肢で、上側が第2のドライバーが取り得る選択肢である。2つの選択肢が交差するボックスには、もし各ドライバーがその選択肢を選んだ場合の報酬が記述されている。ペアになっている数字のうち最初の数字が第1のドライバーの報酬で、2番目の数字が第2のドライバーの報酬である。お互い上手くすれ違ふことができた場合のスコアが1になっており、衝突という両方のドライバーにとって望まない結果が出た場合は-10となる。

		ドライバー2		
		右	中央	左
ドライバー1	右	(1,1)	(-10,-10)	(-10,-10)
	中央	(-10,-10)	(-10,-10)	(-10,-10)
	左	(-10,-10)	(-10,-10)	(1,1)

ハイライトで強調されているボックスが、2つの異なる戦略のペアによって、どちらのドライバーにも良い結果が出ている場合を示している。それぞれが右側または左側を通行した場合だ。もしどちらのプレイヤーも同じ選択を一貫して続ければ、それが均衡となる。どちらも望む結果、つまり衝突無しでの運転が続けられるし、それ以外を選択する誘因は存在しない。

右側を走り続ける方が左側を走り続けるよりも良いと考える固有の理由はないし、現実世界でも右側も左側も均衡として成立している場所が確かに存在する。アメリカでは伝統的に右側通行である。イギリスやその旧植民地では伝統的に左側通行である。どちらを選ぶかは問

題ではなく、この状況が起きた時に、全員が同じルールに乗っ取って行動すればいいのである。

合理的なプレイヤーであれば、右側か左側のどちらかを通行するだろうが、真ん中を進むことは絶対にない。それがもたらすのは衝突のみで、それはどちらのプレイヤーにとっても望ましくない。厳密にはこれもゲーム内の行動に含まれてはいるが、実際にそれを用いる理由はない。ゲーム理論の用語ではこれを被支配戦略と呼んでいる。

## 均衡を証明する

2つの均衡、すなわち両プレイヤーとも右側を走るか両プレイヤーとも左側を走る、は誰の目にも明らかで直感的にも分かりやすいので、それが均衡であることを証明する必要など無いだろう。だが、ある戦略のペアが均衡しているということをどうやったら証明または反証できるかを知っておくことには価値がある、というのもこれから出てくる話には均衡かどうかそう明らかでないものもあるからだ。

均衡の定義では、どちらのプレイヤーも一方的に自分の戦略を変えてよりよい結果を得ることはできないとなっていたことを思い出してほしい。2つの戦略が均衡していることを証明するには、1人のプレイヤーだけが戦略を変えて、そのプレイヤーがより高い報酬を得られるかどうか見てみればいい。もしプレイヤーが両者とも同時に戦略を変えればより高い報酬を得られる可能性もあるが、それでは元々の戦略が均衡していたかどうかについては何も証明できない。

表を見てみると分かるが、どちらのプレイヤーも1より高い報酬を得ることはできない。従ってどちらのプレイヤーも1の報酬を得ているボックスは均衡になっている。

では今度はドライバー1が右側を走り、ドライバー2が左側を走る

ケースを考えて見よう。これは両プレイヤーに-10の報酬をもたらす。より高い報酬を得るのが可能だというのは我々にも分かるが、それだけでは均衡への反証とはなり得ない。そのためには1人のプレイヤーが単独で自分の戦略を変えてより高い報酬を得られることを示さなければならぬのだ。そのためには他のプレイヤーは戦略を変えないものとして、1人のプレイヤーだけが自分の戦略を変えてより高い報酬を得るための方法を見つけ出さなくてはならない。

このケースではどちらのプレイヤーもそれが可能だ。ドライバー1は左側を走るという戦略へと変えることができる。それによって彼の報酬を1へと高めることができる（そして相手の報酬も変わるわけだがここではそれは重要ではない）。それだけでも現状が均衡にはないことを証明するのに十分だが、もちろんドライバー2も右側を走ること、一方的に報酬を上げることができる。もしどちらのプレイヤーもが戦略を変えたら、そこで問題が発生するが、その点はこれが均衡かどうかのテストとは関係がない。

## シナリオ：映画に出かける

ここで日常の交流で起きそうな話（そんな話あり得ないよとの声も聞こえてきそうだがそこは抑えていただきたい）を題材にしたシンプルなシナリオをもう少し見ていくことにしよう。それぞれのシナリオについて説明した後で、それまで学んだ均衡に関するコンセプトがベースとなっているよう問題を出すことにする。

アンドリューとブランカという2人の友達がいて一緒に映画に行きたいと考えている。アンドリューはドラマを見たいと思っており、ブランカはコメディを見たいと思っているのだが、両者にとって何より大切なのは一緒に見たいということである。つまりアンドリューはブ

ランカとコメディを見る方が、1人でドラマを見るよりも良いと思っており、逆もまた同様である。

前の例と同じように、これもまた俗に言う「ゲーム」には当てはまらないが、ここには複数のプレイヤーがいて、それぞれは2つの異なる行動（コメディを見るかドラマを見る）の中から選択して、それぞれのプレイヤーが得る報酬は他者の選択が何か次第で影響されるのである。

この例で受け入れなくてはならない「そんな話ないよ」は、それぞれのプレイヤーは行動を独立して決定し、お互いに相談することはない、というものである。アンドリューはブランカがどんな戦略で映画を選択するかは知っているかもしれないが、実際に何を選択するかは分からない。つまり、もしブランカの戦略がコインフリップで決めるであるとしたら、アンドリューは彼女がコインを投げるのは知っているが、フリップの結果が何であるかまでは知らないということである。

（もし2人が映画を一緒に見に行く約束だけして何を見るかまでは決めずにいたところアンドリューが携帯を無くしてしまったために相談ができなくなった、なんていう場面を想像してそれで納得がいくのなら、そうしてくれてもいい）

このシナリオではちょっとした計算が必要となるので、我々がプレイヤーの選択に対して数字をあてがうことにしよう。アンドリューについては、ブランカとドラマを見るのが彼にとってのこのシナリオでのベストケースで、これには5ポイントを割り当てることにしよう。ブランカと一緒にコメディを見るというのがそれに近いぐらい良い結果なので、これを4ポイントにしておこう。1人でドラマを見るというのが1ポイントで、1人でコメディを見るというのが最悪の結果なので0ポイントにしておこう。ブランカについてはその逆となる。アンドリューとコメディを見るのが5ポイントで、アンドリューとドラマを見るのが4ポイント。コメディを1人を見るのが1ポイントで、

1人でドラマを見るのが0ポイントである。

これでゲーム全体を表わすことができる。以下の表には両プレイヤーの戦略的選択肢とその報酬が示されている。

アンドリュー	ブランカ	
	コメディを見る	ドラマを見る
コメディを見る	(4,5)	(0,0)
ドラマを見る	(1,1)	(5,4)

左上のボックスに表わされているのは、どちらのプレイヤーもコメディを見ると選択した時の報酬である。数字のペアのうち最初の数字がアンドリューの報酬、2番目の数字がブランカの報酬だ。

## ■ 問題

できる限りベストを尽くして、君1人で誰の手も借りることなく以下の質問に答えてもらいたいが、どのようなアプローチを取れば答えが出るのか分からなくても心配することはない。まずはともあれ挑戦した上で、次のセクションに進んでもらいたい。そこでどうやって答えを出せばいいのか論じていくことにしよう。

1. どちらのプレイヤーも常にコメディを見るという純粋戦略を取るとする。これは均衡だと言えるか？ なぜそう言えるのか？（ヒント：均衡の定義は、あるゲームにおける全プレイヤーが用いる戦略の集合で、この時どのプレイヤーにも一方的に戦略を変更する誘因が存在しない状態、であったのを思い出すこと）
2. もしアンドリューの戦略が常にドラマを見るで、ブランカの戦略が常にコメディに行くであったらこれは均衡だろうか？ なぜそう言えるのか？