第1章　序論

はじめるのに最も適した初歩的なところより出発する。CAPM モデルからはじめよう。

1.1　CAPM モデル

CAPM はキャピタル・アセット・プライシング・モデルの頭文字である。最初に、ウィリアム・F・シャープによって提案された。このモデルがファイナンスの分野に与えた影響はベータという言葉が普及しているという事実から明らかである。現代ファイナンスでは、ベータは単に得体が知れないギリシャ文字ではなく、CAPM の定義の意味と影響の下で使用されている。

ベータという概念に加えて、CAPM は、さらに市場ポートフォリオという概念を定式化する役割を果たしている。CAPM における市場ポートフォリオとは、市場の代替としての役割を果たす資産ポートフォリオのことである。市場平均としての市場ポートフォリオの具体的な形はこの CAPM 理論が提案された当時すでに普及していたが、CAPM はこれらの市場平均の重要性を強調する役割を確かに果たした。

市場ポートフォリオとベータという対となる概念を用いて、CAPM は、運用リターンは構成資産のリターンの和であると説明している。言い換えると、CAPM の枠組みで運用リターンは 2 つの要素へ分離することができる。1 つは市場またはシステマティックな部分である。も

う一方は残差または非システマティックな部分である。より正確には、$r_{\text{ポートフォリオ}}$ を資産のリターン、$r_{\text{市場}}$ を市場ポートフォリオのリターン、また、資産のベータを β として表示すると、分離されたリターンの関係は次式で与えられる。

$$r_{\text{ポートフォリオ}} = \beta r_{\text{市場}} + \theta_{\text{ポートフォリオ}} \tag{1.1}$$

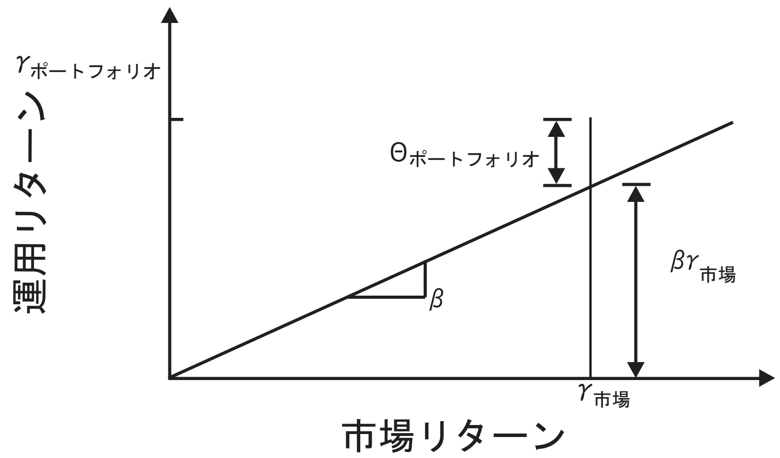
式1.1は証券市場線(SML)と呼ばれる。この式の中で $\beta r_{\text{市場}}$ はリターンに占める市場またはシステマティックな部分であることに注目してほしい。β は市場リターンに対する運用資産のリターンのレバレッジの度合いである。例えば、資産のベータが3.0で、市場が1パーセント動くと、運用リターンのシステマティック部分は3.0パーセント動く。図1.1でSMLを幾何学的にとらえると、この考えは直ちに明らかになる。β がSMLの傾きであることは、図から理解できる。

CAPM式の $\theta_{\text{ポートフォリオ}}$ はポートフォリオの残差リターンである。この部分は運用リターンのうち市場リターンによって説明できない部分である。残差の部分の期待値はゼロであると仮定されている。

資産のリターンを2つの要素に分離できたので、これらの要素の間の関係についてCAPMにおける重要な仮定をさらに詳しく述べる。モデルは、システマティックな部分と残差の部分が無相関であると仮定している。現在、これらの仮定の意味するところについて多くの学術的な議論が行われている。そして、CAPMが紹介されて以来、多くの書物がCAPMモデルの重要性について主張してきた。このような議論の要約を得たい場合は、本章の最後のその他の参考文献を参照してほしい。しかしながら、われわれの目的では、ベータの概念と運用リターンを決定するなかでのその役割について述べた前の説明で十分である。

運用資産のベータについての知識はCAPMの文脈において非常に重要であるので、その値をどのように推定することができるのかについて簡潔に説明しよう。実際にベータはSMLの傾きであることに注目し

図 1.1 証券市場線



てほしい。したがって、ベータは、市場リターンと運用リターンの回帰直線の傾きとして推定できる。傾きの推定に標準的回帰公式を適用すると、次式を得ることができる。

$$\beta = \frac{\mathrm{cov}(r_{\text{ポートフォリオ}}, r_{\text{市場}})}{\mathrm{var}(r_{\text{市場}})} \tag{1.2}$$

すなわち、ベータは市場リターンの分散で運用リターンと市場リターンの共分散を割ったものである。

実際に、運用資産のベータを推定する際にその値がとる範囲を考えるとき、市場についてしばしば引用される格言が思い出される。「上げ潮はすべてのボートを上昇させる」。この格言は、市場が上昇しているとき、一般にはそれとともにすべての証券の価格の上昇を期待できると言っている。したがって、正の市場リターンは、通常、正の運用リターンを意味する。すなわち、システマティックな要素と残差の要素

の和は正となる。われわれの期待通り、運用リターンの残差の部分が小さい場合、正の運用リターンはシステマティックな部分によってほとんど完全に説明される。したがって、市場ポートフォリオと正の運用リターンは、リターンの市場の部分が正であること、また暗にベータの値が正であることを意味する。したがって、私たちは、すべての運用資産に対し、通常それらのベータが正であることを期待する。

1.2　マーケットニュートラル戦略

CAPM について議論したことで、マーケットニュートラル戦略を定義するための必要な道具を手に入れた。それは市場リターンに中立（ニュートラル）な戦略である。すなわち、戦略からのリターンは市場リターンとは無相関である。相場の上昇、下落にかかわらず、よい時でも、悪い時でもマーケットニュートラル戦略のパフォーマンスは安定し、ボラティリティはその結果低くなる。この望ましい結果はマーケットニュートラル・ポートフォリオをトレードすることにより得られる。そこで、マーケットニュートラル・ポートフォリオを定義しよう。

CAPM の文脈では、マーケットニュートラル・ポートフォリオは、そのベータがゼロであるポートフォリオとして定義することができる。その意味合いを検討するために、SML 式のベータ値をゼロとしてみよう。ポートフォリオのリターンから市場ポートフォリオの部分が無くなり、完全に θ_p（残差部分）によって決定されることが分かる。CAPM の仮定により残差の部分は市場リターンとは無相関である。したがって、このポートフォリオのリターンは市場から中立となる。したがって、ゼロベータ・ポートフォリオは、マーケットニュートラル・ポートフォリオとみなされる。

マーケットニュートラル・ポートフォリオと取り組む際に、トレーダーは、残差リターンを予測しトレードすることに集中する。残差リ

ターンの共通の期待値、あるいは平均はゼロであるので、残差項の時系列が強い平均回帰 (値が平均値の周りを上下に振れる) の振る舞いを示すことが期待できる[1]。同時に、この平均回帰の振る舞いは、リターンの予測に用いられ、トレード戦略におけるトレードシグナルの発生源となる。

どのようにマーケットニュートラル・ポートフォリオを構築することができるのか、また、そのようなポートフォリオを組成することで何を期待しているのかをここで検討しよう。厳密に資産のロングポジションからできているポートフォリオを検討しよう。これらの資産のβは正であることが期待されている。正の市場リターンは、これらの資産の正の運用リターンと正のポートフォリオのリターンをもたらす。もちろん、これはこのポートフォリオのベータが正であることを意味する。同様の議論として、厳密に資産のショートポジションで構成されるポートフォリオは負のベータを持っている。そうすると、正のベータの証券を用いて、どのようにゼロベータ・ポートフォリオを構築するのだろうか？　異なる資産のロングおよびショートのポジションの両方を保有するポートフォリオなくして、これを可能にはできない。よって、ロングとショートの両方のポジションを構成することでゼロベータのポートフォリオを持つことができると期待できる。このような理由で、これらのポートフォリオはロング・ショートポートフォリオとも呼ばれる。ロング・ショートポートフォリオの別の構築方法は、空売りから得られた現金をロングポジションを構築するためにほとんど完全に使用することである。すなわち、所有株の純ドル価値はゼロに近い。驚くことではないが、ゼロベータ・ポートフォリオは時にド

[1]残差リターンの期待値がゼロであるという CAPM の仮定はかなり強い。CAPM のこの仮定が確かであるかどうかに関し学術的な文献で広く議論されている。したがって、このスプレッドの時系列の平均回帰の振る舞いをはっきりと確認することを勧める。後の章では、統計的に平均回帰の振る舞いをチェックする手法について議論する。

ルニュートラル・ポートフォリオと呼ばれる。

例

2 つのポートフォリオ A と B を検討してみよう。それぞれのベータ β_A と β_B は共に正で、そしてリターンは r_A と r_B である。

$$\begin{aligned} r_A &= \beta_A r_m + \theta_A \\ r_B &= \beta_B r_m + \theta_B \end{aligned} \tag{1.3}$$

ポートフォリオ A では r 単位のショートポジションを、そしてポートフォリオ B では 1 単位のロングポジションを取ることにより、ポートフォリオ AB を構築する。このポートフォリオのリターンは $r_{AB} = -rr_A + r_B$ である。r_A と r_B の値に上式を代入すると

$$r_{AB} = (-r\beta_A + \beta_B)r_m + (-r\theta_A + \theta_B) \tag{1.4}$$

となる。したがって、統合されたポートフォリオは、$-r\beta_A + \beta_B$ の実効ベータを持っている。$r = \beta_B/\beta_A$ の時、この値はゼロになる。したがって、ロング・ショートポートフォリオの r の値を賢明に選択することにより、マーケットニュートラル・ポートフォリオを構築することができる。

カクテルコーナー

投資のプロが集まるカクテルパーティーで、ロング・ショート、マーケットニュートラル、そしてドルニュートラルという用語が話題に登ることは一般的である。多くの場合、これらは同じ意味を持つと考えられている。実際には、必ずしもそうであるとは限らない。ロング・ショートまたはドルニュートラルであるかもしれないが、市場に対してベータがゼロであるとは限らない。その場合、ポートフォリオのリターンの市場ポートフォリオの部分はゼロでは無く、したがって、マーケットニュートラルではありえない。

> そのような状況に遭遇することがあれば、腹の中で笑っていればよい。細かな薀蓄をたれたくなるかもしれないが、我慢することを勧めます。しかし、もちろん、「オタク」と思われてもいいのであれば、一歩歩み寄り、正確な用語の講義を必要としていない、カクテルを手にしている人に対して、難解な違いを徹底的に説明するのも良いでしょう。

1.3　ペアトレード

ペアトレードの最も基本的な形はマーケットニュートラル戦略である。マーケットニュートラル・ポートフォリオは、ちょうど 2 つの証券を用いて、あらかじめ決められた比率で一方の証券をロングポジション、そしてもう一方の証券をショートポジションとすることで構築される。どのような時にも、ポートフォリオはスプレッドと呼ばれる量と関連する。この量は 2 つの証券の市場価格を基に算出され、時系列を形成する。このスプレッドは、ある意味ですでに議論したリターンの残差部分と関連する。ペアトレードはスプレッドがその平均値から大きく乖離したときに、その乖離がいつか元に戻るだろうという期待の下に、始められる。そして、そのスプレッドの収束とともにポジションはひっくり返される。本書では、株式市場における 2 種類のペアトレードを検討する。統計的裁定取引とリスク・アービトラージとしてのペアトレードである。

統計的裁定取引を基にしたペアトレードは相対的な価格評価の概念に基づいている。相対的な価格評価に内在する前提は、同じような特徴を持つ株式はおおよそ同じような価格で評価されるに違いないということである。この場合のスプレッドを、相互のミスプライスの大きさと見なすことができる。このスプレッドが大きければ、ミスプライスの度合いも大きいが、潜在的利益も大きい。

この戦略ではスプレッドが平均値から大きく乖離している場合に、ロング ショート・ポジションを取る。ミスプライスが自動的に修正されるだろうということが期待されている。その後、このスプレッドが収束した場合に、ポジションは反転され、収益が確保される。ここで、いくつかの疑問が浮かび上がる。どのようにスプレッドを計算するのだろうか？　このような戦略が機能する株式のペアをどのように識別するのであろうか？　ペア・ポートフォリオの構築でその構成比率をどのようにするべきであろうか？　いつこのスプレッドが大きく平均値から乖離していると言えるのであろうか？　疑問に取り組み、それらの疑問を解くためのいくつかの計量手法を提供する。

リスク・アービトラージを基にしたペアトレードは、2 つの企業の合併の際に起こる。合併合意により、関与している 2 つの企業の株式価値の間の厳密なパリティ関係が明らかになる。この場合のスプレッドは定義されたパリティ関係からの乖離の大きさである。2 つの企業間の合併が確かであると考えられる場合、2 つの企業の株価はパリティ関係を満たす必要があり、これらの間のスプレッドはゼロになる。しかし、独占禁止規定の問題、委任状争奪戦、競争入札者などの理由により、合併公表後も合併の無事完了にはある水準の不確実性がともなう。この不確実性はスプレッドに反映され、この値がゼロであることはありえない。リスク・アービトラージはリスクとしてこの不確実性を取り、利益としてスプレッドを獲得する。したがって、企業価値評価に基づく統計的裁定取引のペアトレードの場合と異なり、リスク・アービトラージのトレードは、2 つの株価間のパリティ関係に基づいている。

典型的な運用方法は次のとおりである。吸収する企業を「ビッダー」、吸収される企業を「ターゲット」と呼ぶことにする。合併公表の晩に、ビッダーの株が空売りされ、ターゲットの株が買われる。そして、合併の完了時にポジションは手仕舞われる。合併完了時のスプレッドは合併公表時よりも狭まっている。実現利益はこの 2 つのスプレッド間

の差となる。本書では、比率が合併合意の詳細に基づいて、どのように決定されるか議論する。「合併完了に対する市場の期待オッズ比は幾らか?」というような疑問に答えるためのスプレッド・ダイナミックスのモデルを展開する。さらに、リスクマネージメントにこのモデルがどのように使用されるかを示す。加えて、トレードのタイミングに注目し、この過程で用いる、いくつかの計量的手法を提供する。

1.4　概要

本書は、株式市場におけるペアトレードの2つの異なる形式について概要を述べる。最初の形式は相対価格評価の概念に基づき、統計的裁定ペアトレードと呼ばれる。第二は、合併の状況で生じる、リスク・アービトラージと呼ばれるペアトレードである。一般的に業界では共に裁定取引戦略と呼ばれているが、決してリスクがないわけではない。本書では、これらの戦略のさまざまな側面を詳細に観察し、それらの分析を助ける計量手法を提供する。

さらに本書で議論される手法は、ペアトレードの唯一の方法として構成されたものではなく、方法はひとつではないことをまず指摘しておかなくてはならない。しかしながら、理論と実務の統合を試みる説得力のある考え方を提示するよう努力した。本書でペアトレードの成功を保証するつもりは毛頭ない。しかし、株式市場でペアトレードを行う際に綿密な分析を適用するときの枠組みと手掛かりを与えてくれることであろう。

本書は3部から構成されている。第1部では、いくつかの重要なトピックについて予備的な題材を提供する。それぞれのトピックに対しては集中して議論している書籍が存在する。本書でこれらのトピックを網羅しているわけではない。しかし、この議論によって本書の残りの部分のため予備知識を設定し、読者がいくつかの重要な概念を習熟

する手助けとする。さらに、表記法と定義を導入する。第 2 部では、統計的裁定ペアトレードを議論する。第 3 部ではリスク・アービトラージについて議論する。

本書は、代数、確率論および微積分学の知識を読者が持っていることを前提としている。しかしながら、資料を利用しやすくすることに努めている。読者は途中で予備知識を身につけるという選択もできる。補修用に、本章の最後の補論で、本書を読むにあたり読者に必要とされている基礎的な確率公式をリストアップしている。

章を読む順番に関して、読者は統計的裁定のペアートレードを読む前に時系列とマルチファクターモデルに関する章を習得することを強く勧める。それらの考えと専門用語は統計的裁定のペアトレードの議論には頻繁に現れるからである。カルマン・フィルタの第 4 章からの概念は、リスク・アービトラージ・スプレッドを平滑化する際に第 12 章で用いられる。このような依存関係を除くと、残りの部分はほとんど独立している。

1.5 対象読者

本書は学生、実務家および独学で習得する人々、と幅の広い読者を対象として魅了するように書かれている。容易に読めるように、最初に幅の広い考えと概念を説明し、次に詳細を徹底的に掘り下げている。読者が自分のタイムテーブルで、細かな点を再び学ぶことができるよう柔軟性を持って書かれている。さらに要点を箇条書きにし、すべての章の最後に載せておいた。本書は、数理ファイナンスの学位を取ろうとする学生の参考テキストとして有用である。あるいは MBA の上級コースの一部にも使用することができる。さらに、本書で扱うトピックは、学者だけでなくヘッジファンドと証券会社のトレーダーと計量アナリストにも強い関心を持たれるだろう。

第 1 部の基礎知識は、分析の過程で用いられるさまざまな問題についての入門編としての役目をもつ。基礎知識での議論と分析手法は戦略分析で繰り返されるテーマであり、同様に他の資産クラスに対しても一般に適用できるものである。加えて本書は読みやすいので、本書が投資専門家の参考資料として役立つことを期待している。

1.6　まとめ

- CAPM モデルは、ポートフォリオのリターンをシステマティックな部分と残差部分に分ける手助けをする。
- システマティックな要素がゼロのポートフォリオをマーケットニュートラル・ポートフォリオと呼ぶ。
- マーケットニュートラル戦略では、マーケットニュートラル・ポートフォリオのトレードを行う。また、そのような戦略によって生み出されたリターンは市場とは無相関となる。
- ペアトレードは、ポートフォリオが 2 つの資産で構成されるマーケットニュートラル戦略である。
- 本書では、2 つの形式のペアトレード戦略ついて議論する。それらは統計的裁定取引とリスク・アービトラージである。

1.7　その他の参考文献

CAPM

Elton, Edwin J. and Martin J. Gruber. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 4th Edition.(New York:John Wiley & Sons, Inc., 1991).

Fama, Eugene F. and Kenneth R. French. "The Cross-Section of Expected Stock Returns." Journal of Finance 47, no.2(June 1992):427-465.

マーケットニュートラル戦略

ジョセフ・ニコラス著『マーケットニュートラル投資の世界—ヘッジファンドの投資戦略』(パンローリング)

1.8　補論

本書を通して必要な確率公式のいくつかを次に示す。

定義

X、Y、Z を確率変数とする。$(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), \ldots, (x_N, y_N, z_N)$ をこれらの確率変数の N 個の実現値の 3 つ組とする。

平均

- X の平均、または期待値を $E[X] = \mu_x$ とかく。
- 確率変数の平均 (mean) の推定値は平均 (average) として知られている。
- 平均 (average) の公式は $x_{\text{平均}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ である。

分散

- X の分散は $\mathrm{var}(X) = E[(x - \mu_x)^2]$ である。

- 分散の平方根の推定値は標準偏差として知られている。
- その値は公式 $x_{\text{標準偏差}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_{\text{平均}})^2}$ で算出される。

共分散

- X と Y の共分散は $\mathrm{cov}(X, Y) = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]$ である。
- 共分散の推定値は次式を用いて算出される。$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_{\text{平均}})(y_i - y_{\text{平均}})$ である。

相関

- X と Y の相関は　$\mathrm{corr}(X, Y) = \frac{\mathrm{cov}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{var}(X)\mathrm{var}(Y)}}$ である。
- 相関を推定する公式は　$\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_{\text{平均}})(y_i - y_{\text{平均}})}{(X_{\text{標準偏差}})(Y_{\text{標準偏差}})}$ である。
- 任意の 2 つの確率変数の相関は常に $+1$ と -1 の間の値を取る。
- すべての確率変数はそれ自身に完全に相関している。すなわち、相関は 1 である。
- 2 つの確率変数はそれらの間の相関がゼロである時、無相関であるという。

公式

α と β が確率変数でなければ、次の公式が成り立つ。

$$E[\alpha X + \beta Y] = \alpha E[X] + \beta E[Y]$$
$$\mathrm{var}(\alpha X + \quad \beta) = \alpha^2 \mathrm{var}(X)$$
$$\mathrm{var}(X + Y) = \mathrm{var}(X) + \mathrm{var}(Y) + 2\mathrm{cov}(X, Y)$$
$$\mathrm{var}(X - Y) = \mathrm{var}(X) + \mathrm{var}(Y) - 2\mathrm{cov}(X, Y)$$
$$\mathrm{cov}(\alpha X, \beta Y) = \alpha\beta \mathrm{cov}(X, Y)$$
$$\mathrm{cov}(X, Y + Z) = \mathrm{cov}(X, Y) + \mathrm{cov}(X, Z)$$
$$\mathrm{corr}(\alpha X, \beta Y) = \mathrm{corr}(X, Y)$$